



Ekspertski Sistemi Vežbe

Formalna logika



Maj 2013.

Program vežbi

- Algoritmi pretraživanja
- Teorija igara
- **Formalna logika (model predstavljanja znanja)**
- Produkcioni sistemi
- Strategije rešavanja problema
- Uvod u mašinsko učenje
- Rad u neizvesnom okruženju

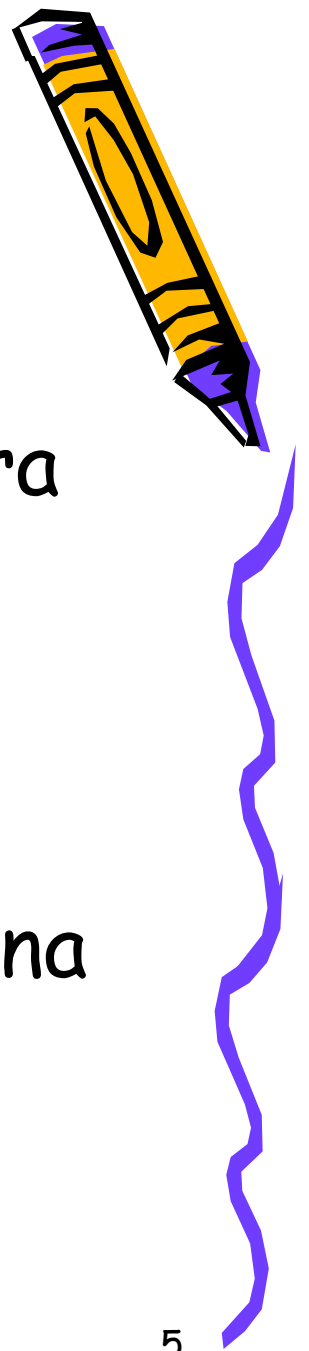


Zadatak 1: predikati START, END, DUR



- Dati su predikati:
 - $START(e,t)$ - istinit ako je događaj e započeo u trenutku t
 - $END(e,t)$ - istinit ako se neki događaj e završio u trenutku t
 - $DUR(e,d)$ - istinit ako je događaj e trajao d vremenskih jedinica



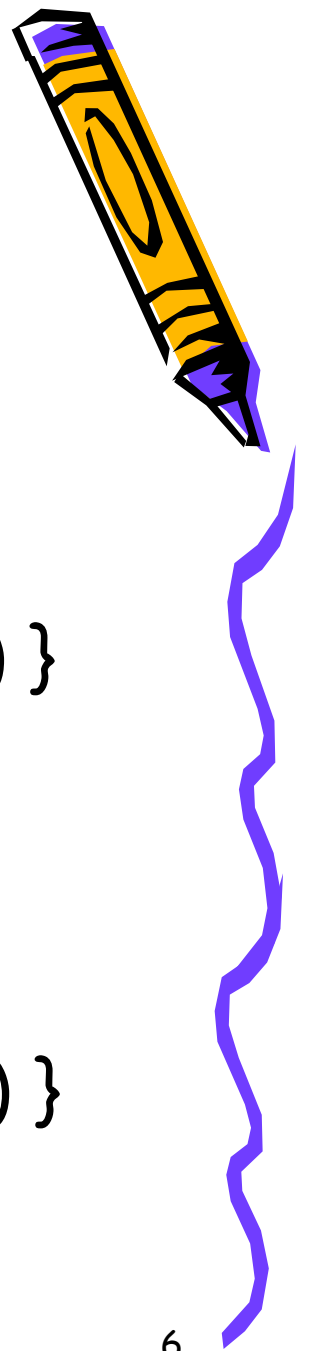


a)

- Napisati dobro formiranu formulu koja bi omogućila zaključivanje o početku nekog događaja bez obzira da li je poznata vrednost t u predikatu START
- Napisati dobro formiranu formulu koja bi omogućila zaključivanje o kraju nekog događaja, bez obzira na to da li je poznata vrednost t u predikatu END



Prvi način



- Za zaključivanje o početku događaja

$\forall e \forall t \forall d$

$$\{ [\text{END}(e,t) \wedge \text{DUR}(e,d)] \Rightarrow \text{START}(e,t-d) \}$$

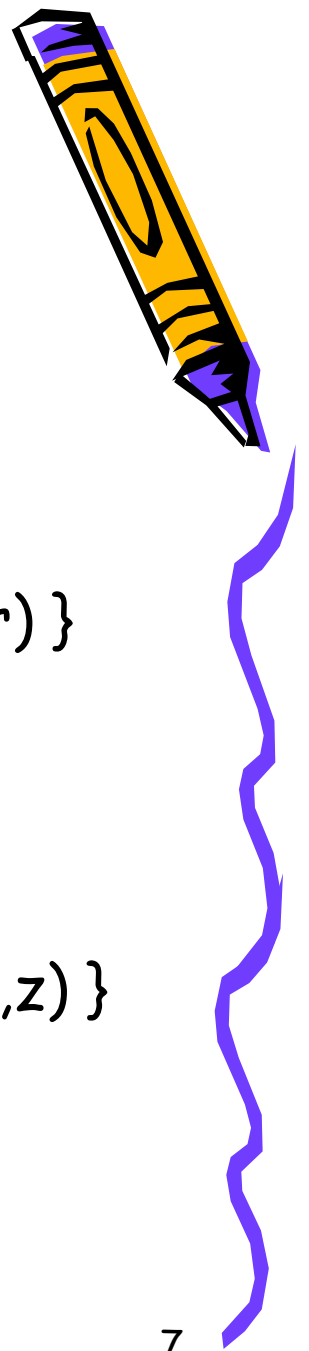
- Za zaključivanje o kraju događaja

$\forall e \forall t \forall d$

$$\{ [\text{START}(e,t) \wedge \text{DUR}(e,d)] \Rightarrow \text{END}(e,t+d) \}$$



Drugi način



- Za zaključivanje o početku događaja

$\forall e \forall t \forall d$

$\{ [\text{END}(e,t) \wedge \text{DUR}(e,d) \wedge \text{RAZ}(r,t,d)] \Rightarrow \text{START}(e,r) \}$

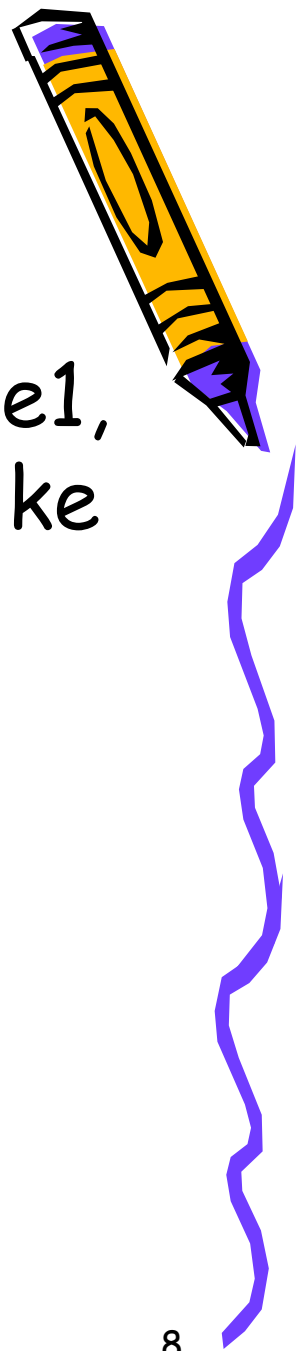
- Za zaključivanje o kraju događaja

$\forall e \forall t \forall d$

$\{ [\text{START}(e,t) \wedge \text{DUR}(e,d) \wedge \text{ZBIR}(z,t,d)] \Rightarrow \text{END}(e,z) \}$

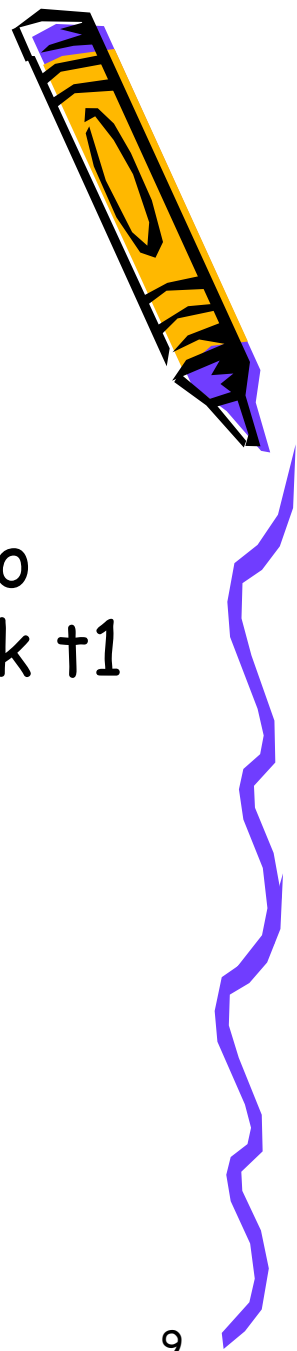


b) Definirati novi predikat
 $AFTER(e_2, e_1)$ koji je istinit ako se
dogadjaj e_2 desio posle dogadjaja e_1 ,
koristeći formule iz prethodne tačke



AFTER(e2,e1)

- Potrebno je da bude ispunjeno:
 - Vremenski trenutak t_2 (kada je počeo događaj e_2) sledi vremenski trenutak t_1 (kada se završava događaj e_1)



AFTER(e2,e1)



$\forall e1 \forall e2 \forall t1 \forall t2$

$[\text{START}(e2,t2) \wedge$

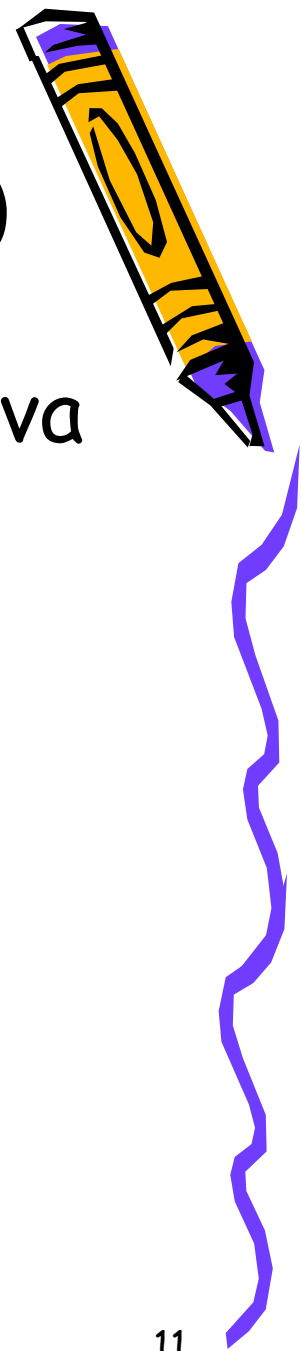
$\text{END}(e1,t1) \wedge$

$\text{GT}(t2, t1) \Rightarrow \text{AFTER}(e2, e1)]$

- Predikat $\text{GT}(t2, t1)$ je tačan ako je $t2$ veće od $t1$.



c) Definirati novi predikat $IN(e_1, e_2)$
koji je istinit ako se događaj e_1
završio u trenutku kada se e_2 dešava



IN(e1,e2)

- Potrebno je da bude ispunjeno
 - Vremenski trenutak t_1 kada se završava događaj e_1 treba da se nalazi između vremena početka t_2 i kraja t_3 događaja e_2



$IN(e1, e2)$

$\forall e1 \forall e2 \forall t1 \forall t2 \forall t3$

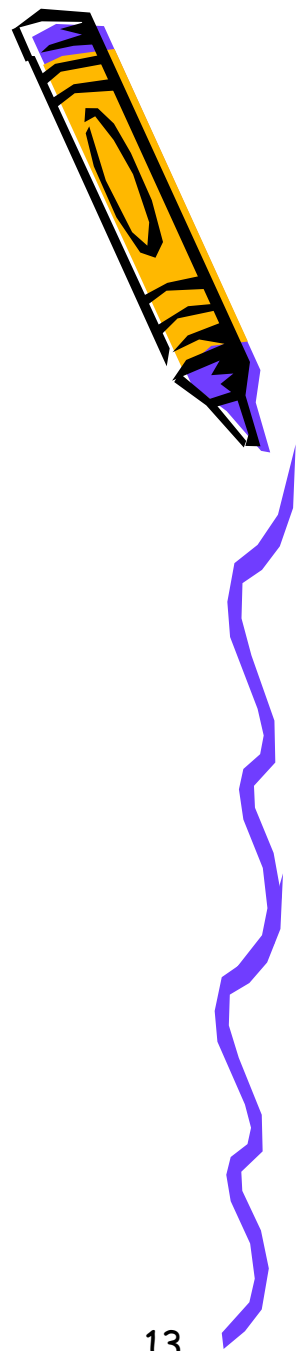
[$END(e1, t1) \wedge$

$START(e2, t2) \wedge$

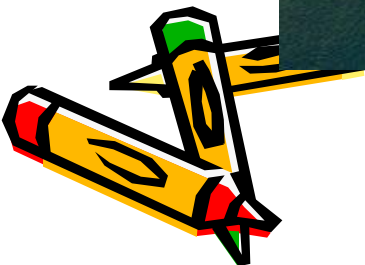
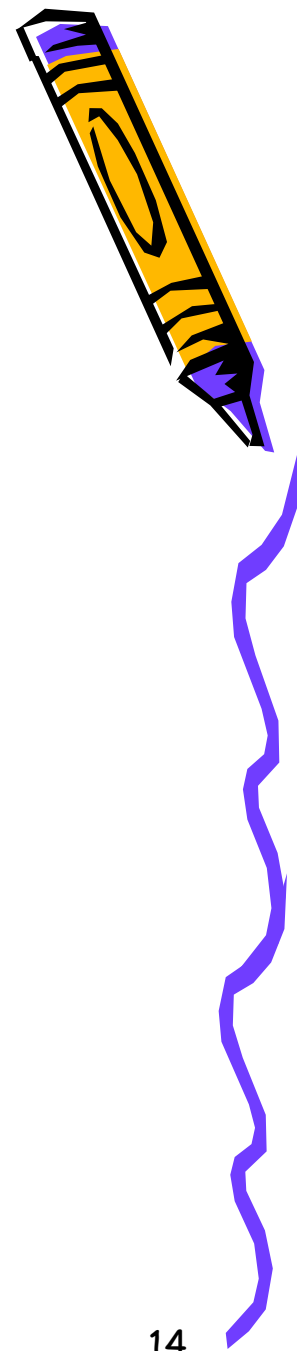
$END(e2, t3) \wedge$

$BET(t1, t2, t3) \Rightarrow IN(e1, e2)]$

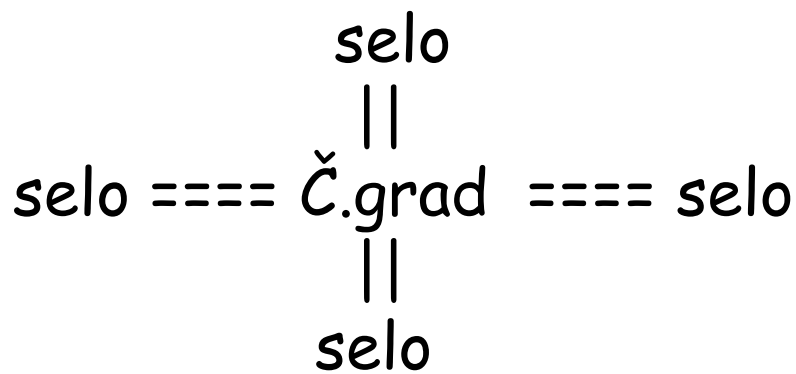
BET ?

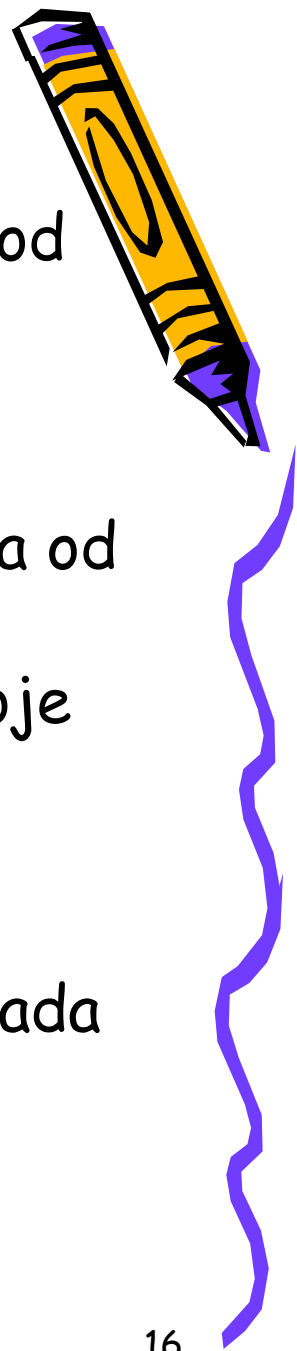


Zadatak 2: Ostrvo uživanja



- Čokoladgrad, glavni grad Ostrva uživanja, nalazi se na raskrsnici četiri puta koja postoje na ostrvu. Svaki od puteva vodi na jednu od četiri strane sveta i ide do jednog od četiri sela

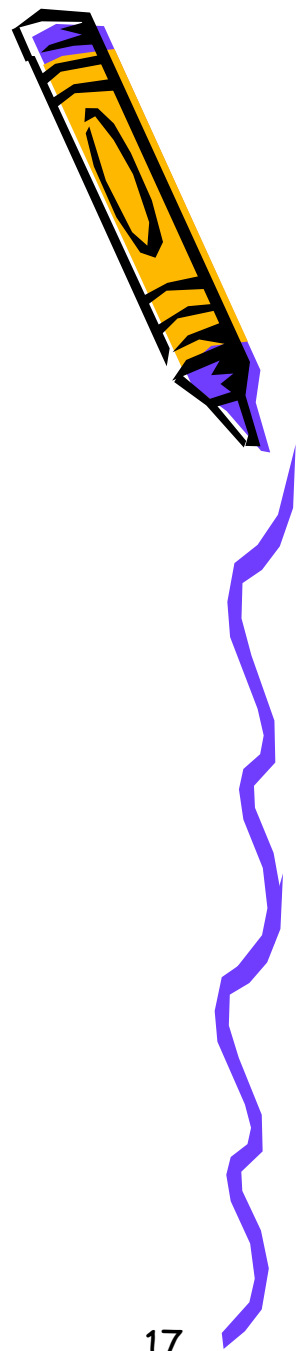




- Poznato je sledeće:

- Selo na Okeanskom putu za 1 milju je dalje od glavnog grada nego Sladoled selo
- Najbliže selo udaljeno je 2 milje od Čokoladgrada
- Ne postoje sela koja su podjednako udaljena od Čokoladgrada
- Selo Urmašica udaljeno je 6 milja od sela koje se nalazi na Obalskom putu
- Selo na Putu Slasti udaljeno je 9 milja od Slatkog sela
- Selo na jugu dva puta je dalje od glavnog grada nego selo na severu

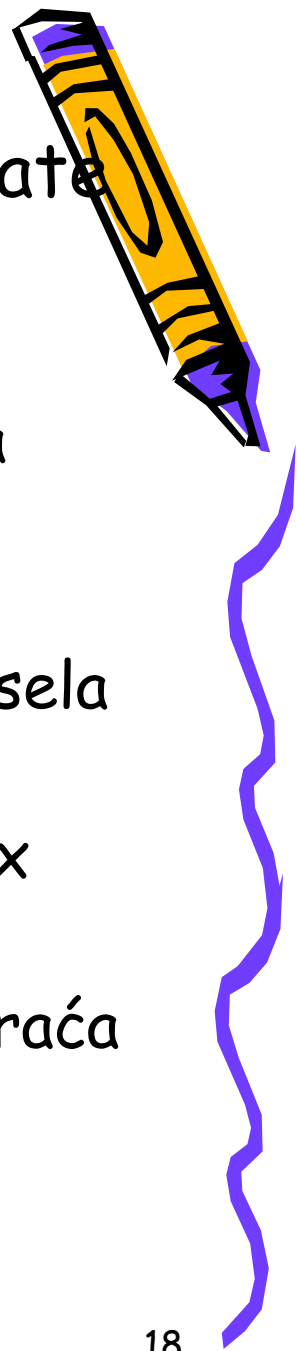




- Predstaviti ove činjenice u obliku stavova predikatske logike

selo
||
selo ===== Č.grad ===== selo
||
selo





- U cilju rešenja usvajamo sledeće predikate
 - $NA_PUTU(p,s)$ je ispunjeno ako je selo s na putu p
 - $U_SMERU(d,s)$ je ispunjeno ako je selo s na strani sveta d
 - $JEDNAKO(x,y)$ označava relacioni operator jednakosti x i y , gde x i y mogu biti oznake sela ili razdaljine (overloading operatora)
 - $MANJE(x,y)$ je ispunjeno ako je razdaljina x manja od razdaljine y
 - $DALJINA(x,y)$ funkcija koja kao rezultat vraća udaljenost x od y



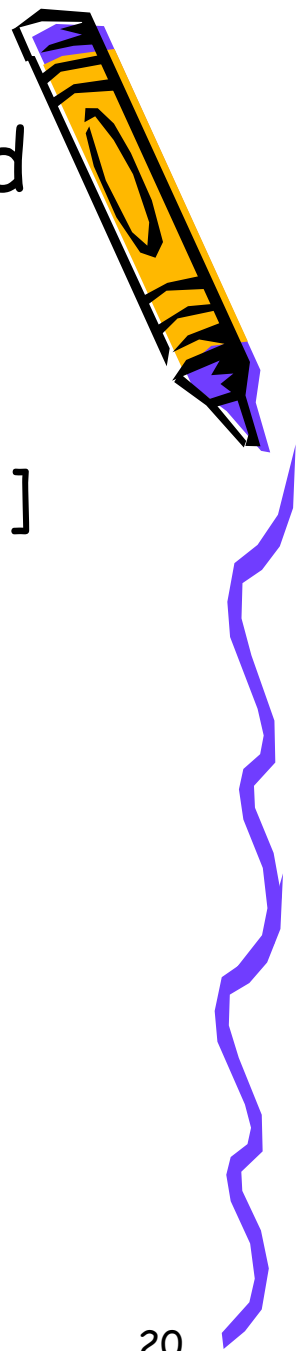
- Selo na Okeanskom putu za 1 milju je dalje od glavnog grada nego Sladoled selo

```
∀x [  
  NA_PUTU(Okeanski_put,x) =>  
  JEDNAKO(  
    DALJINA(x,Čokoladgrad),  
    DALJINA(Sladoled_Selo,Čokoladgrad)+1  
  )  
]
```



- Najbliže selo udaljeno je 2 milje od glavnog grada

$\neg \exists x [\text{MANJE}(\text{DALJINA}(x, \text{Čokoladgrad}), 2)]$





- Ne postoje sela koja su podjednako udaljena od glavnog grada

$\forall x \forall y [$
JEDNAKO(
DALJINA(x , Čokoladgrad),
DALJINA(y , Čokoladgrad)
) \Rightarrow JEDNAKO(x, y)
]



- Selo Urmašica udaljeno je 6 milja od sela koje se nalazi na Obalskom putu

```
∀x [  
  NA_PUTU(Obalski_put,x)  
  => JEDNAKO(DALJINA(x, Urmašica), 6)  
]
```



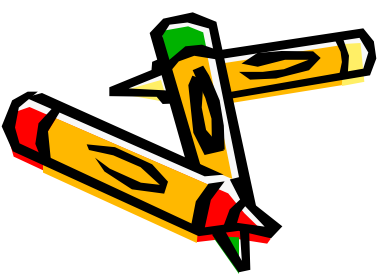
- Selo na Putu Slasti udaljeno je 9 milja od Slatkog sela

```
∀x [  
  NA_PUTU(Put_slasti,x)  
  => JEDNAKO(DALJINA(x, SlatkoSelo), 9)  
]
```



- Selo na jugu dva puta je dalje od glavnog grada nego selo na severu

$\forall x \forall y [$
 $U_SMERU(Jug, x) \wedge$
 $U_SMERU(Sever, y)$
 \Rightarrow
 $JEDNAKO($
 $DALJINA(x, \check{C}okoladgrad),$
 $2 * DALJINA(y, \check{C}okoladgrad)$
 $)$
 $]$

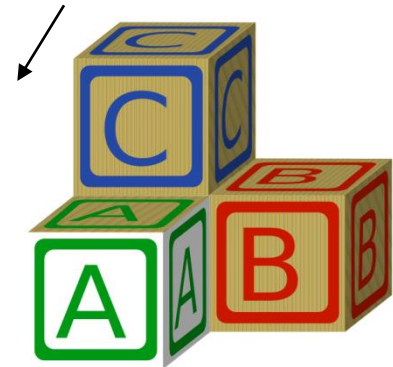


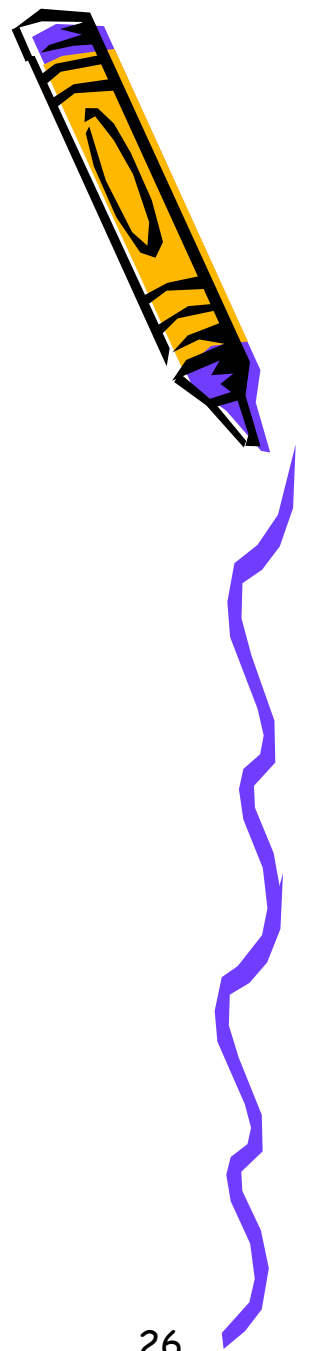
Zadatak 3: Svet blokova (interpretacija predikatskih formula)



- Svet blokova predstavlja jednu od interpretacija sledećih dobro formiranih formula

- $ON(C,A)$
- $ONTABLE(A)$
- $ONTABLE(B)$
- $CLEAR(C)$
- $CLEAR(B)$
- $(\forall x) [CLEAR(x) \Rightarrow \neg(\exists y) ON(y,x)]$

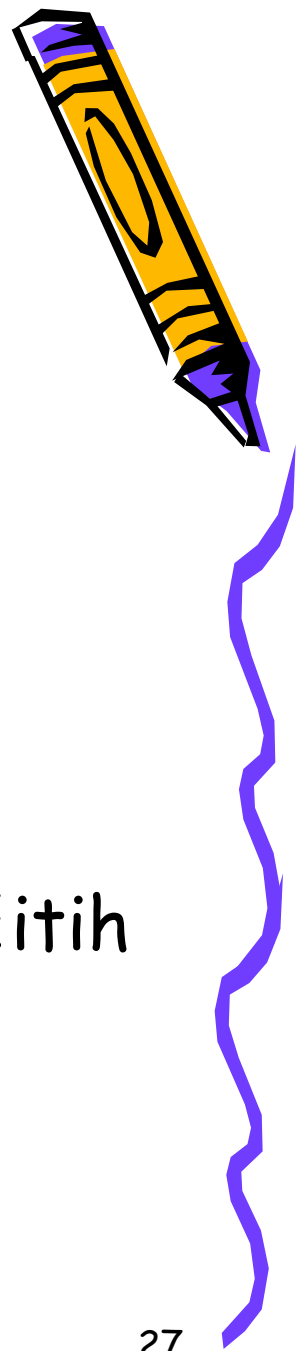




- Naći najmanje dve drugačije interpretacije (van sveta blokova)



Interpretacija predikatskih formula



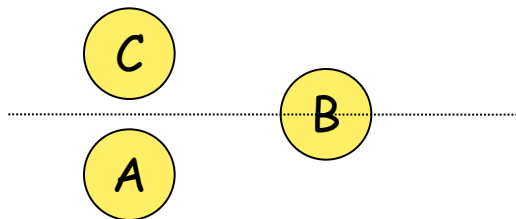
- Dodela značenja (semantike) pojedinim predikatima, funkcijama, konstantama i promenljivama
- Imena ne moraju da odslikavaju interpretaciju
- Možemo odrediti proizvoljan broj različitih interpretacija za istu formulu



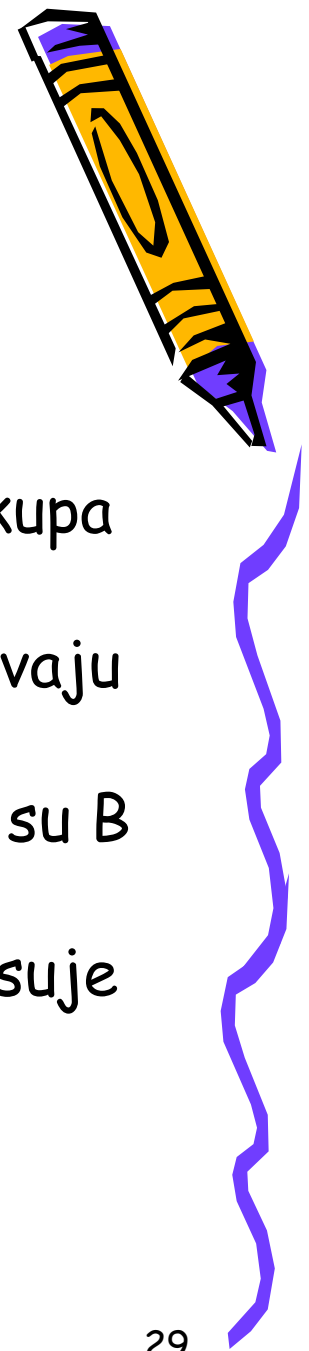
Interpretacija odnosa zaposlenih u preduzeću



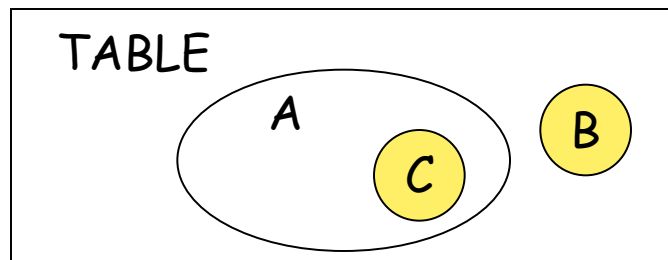
- A, B, C su osobe koje rade u istom preduzeću
- Predikat $ON(C,A)$ označava da je osoba C nadređena osobi A
- Predikati $ONTABLE(A)$ i $ONTABLE(B)$ označavaju da su osobe A i B izvršiooci poslova
- Predikati $CLEAR(C)$ i $CLEAR(B)$ označavaju da su B i C vlasnici firme
- Formula $(\forall x) [CLEAR(x) \Rightarrow \neg(\exists y) ON(y,x)]$ označava da vlasnik preduzeća nema nadređenu osobu



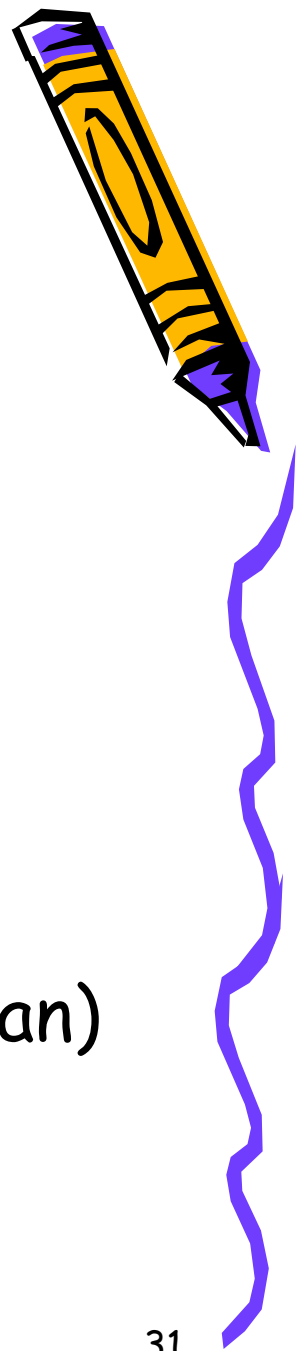
Interpretacija matematičkog pojma skupa



- A, B, C predstavljaju različite skupove
- Predikat $ON(C,A)$ označava da je C podskup skupa A
- Predikati $ONTABLE(A)$ i $ONTABLE(B)$ označavaju da su skupovi A i B podskupovi skupa $TABLE$
- Predikati $CLEAR(C)$ i $CLEAR(B)$ označavaju da su B i C prazni skupovi
- Formula $(\forall x) [CLEAR(x) \Rightarrow \neg(\exists y) ON(y,x)]$ opisuje da prazan skup ne može imati podskup

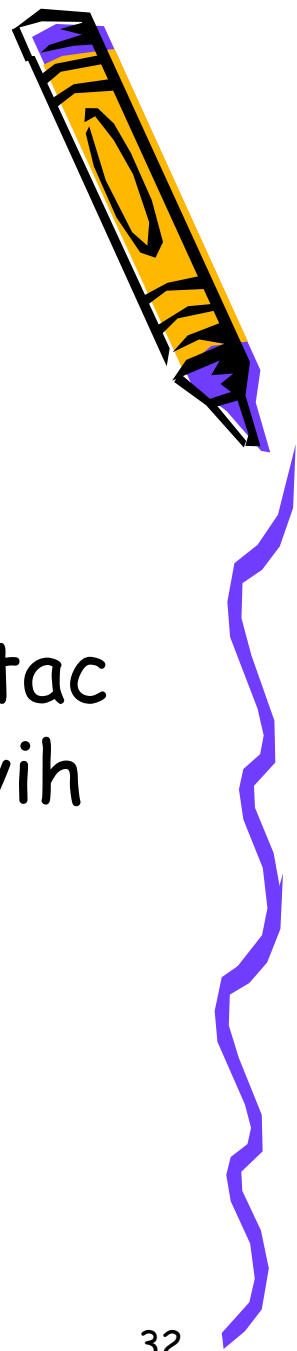


Zadatak 4: Jovanovi preci



- Pretpostavimo da smo činjenicu da je Jovan Petrov otac predstavili sa OTAC(Petar, Jovan)
- Činjenicu da je Milica Petrova majka predikatom MAJKA(Petar, Milica)
- Činjenicu da je Milan jedan od Petrovih predaka predikatom PREDAK(Petar, Milan)





- Napisati dobro formiranu formulu koja treba da predstavi činjenicu:
Svaki Petrov predak je ili njegov otac ili njegova majka ili jedan od njihovih predaka





$\forall x \{$
 $\text{PREDAK}(\text{Petar}, x) \Rightarrow$
 [
 $\text{OTAC}(\text{Petar}, x) \vee \text{MAJKA}(\text{Petar}, x) \vee$
 $[\exists y(\text{OTAC}(\text{Petar}, y) \vee$
 $\text{MAJKA}(\text{Petar}, y)) \wedge \text{PREDAK}(y, x)]$
]
}

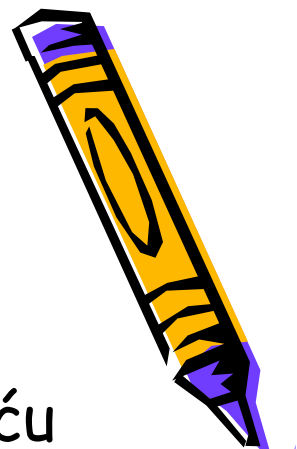




- Preciznije, odnos je XOR:
ili njegov otac ili njegova majka ili
jedan od njihovih predaka

- $$\begin{aligned} P \text{ xor } Q &= (P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \\ &= (P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q) \\ &= (P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q) \end{aligned}$$



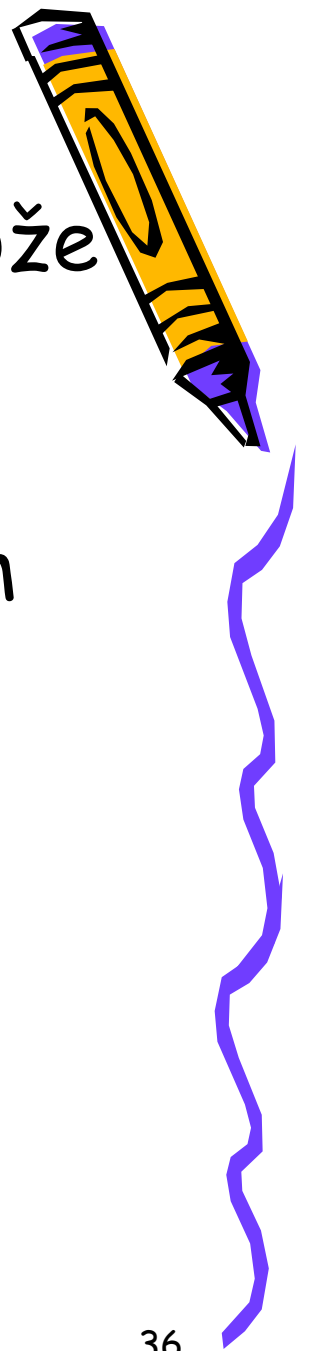


Zadatak 5: Nalaženje konjuktivne normalne forme

Odrediti konjuktivnu normalnu formu za sledeću formulu:

$$\forall x \{ \text{Cigla}(x) \Rightarrow \{ \begin{array}{l} \exists y [\text{Na}(x,y) \wedge \neg \text{Piramida}(y)] \wedge \\ \neg \exists y [\text{Na}(x,y) \wedge \text{Na}(y,x)] \wedge \\ \forall y [\neg \text{Cigla}(y) \Rightarrow \neg \text{Jednako}(x,y)] \end{array} \}$$





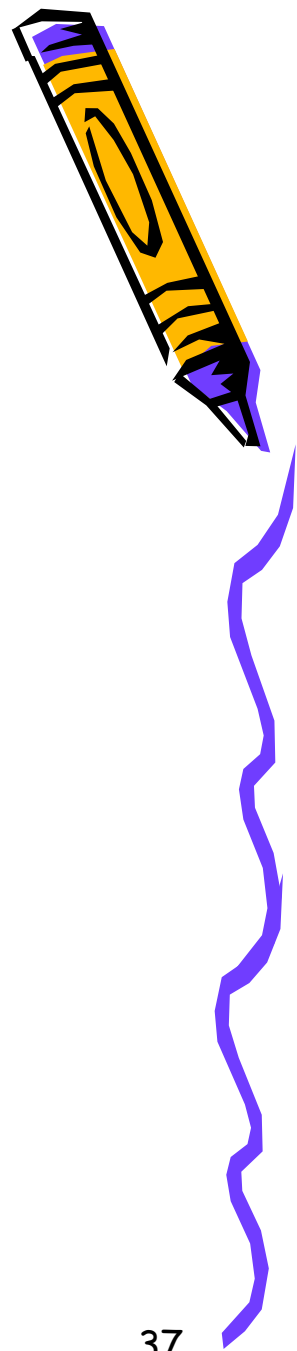
- Svaka dobro formirana formula može se dovesti u konjuktivnu normalnu formu
- Niz klauzula povezanih konjukcijom
- Klauzula je niz literala povezanih disjunkcijom

$(a \vee b \vee c) \wedge (\dots) \dots$

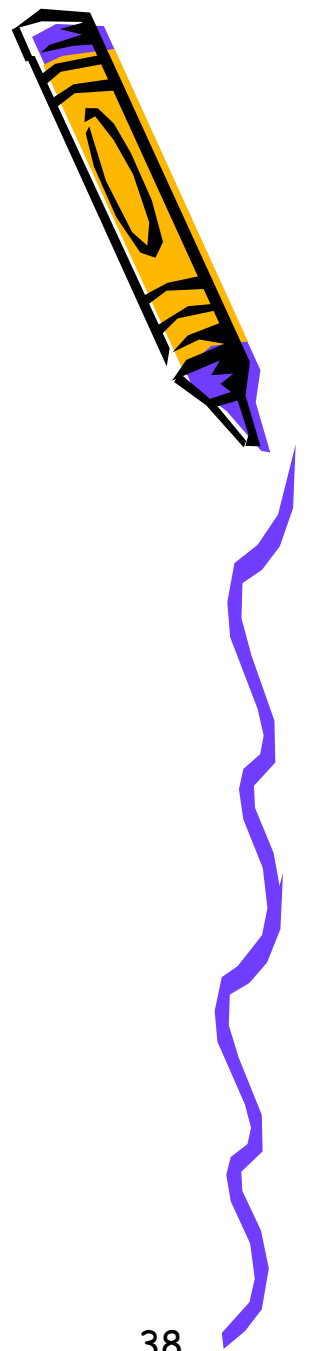


Korak 1: Eliminisanje implikacije

- ($E1 \Rightarrow E2$ transformiše se u $\neg E1 \vee E2$)



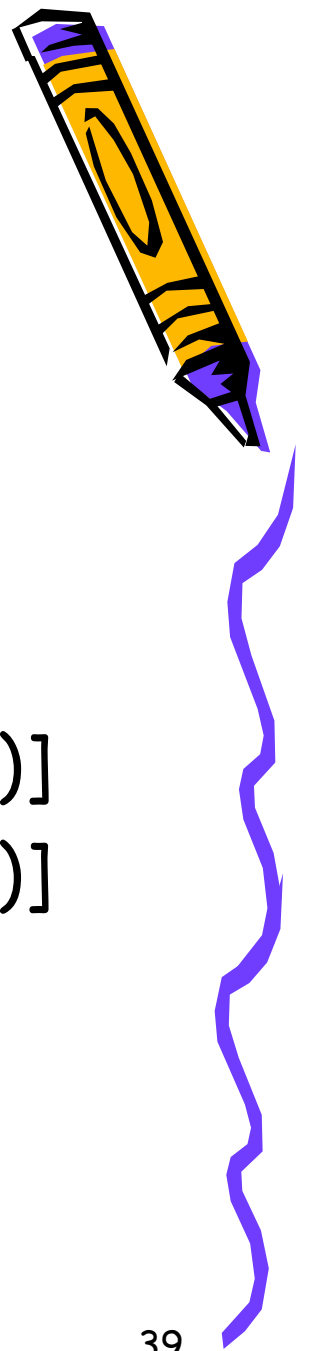
Korak 1: Eliminisanje implikacije



$$\begin{aligned} & \forall x \{ \neg \text{Cigla}(x) \vee \\ & \{ \\ & \quad \exists y [\text{Na}(x,y) \wedge \neg \text{Piramida}(y)] \wedge \\ & \quad \neg \exists y [\text{Na}(x,y) \wedge \text{Na}(y,x)] \wedge \\ & \quad \forall y [\neg(\neg \text{Cigla}(y)) \vee \neg \text{Jednako}(x,y)] \\ & \} \\ & \} \end{aligned}$$



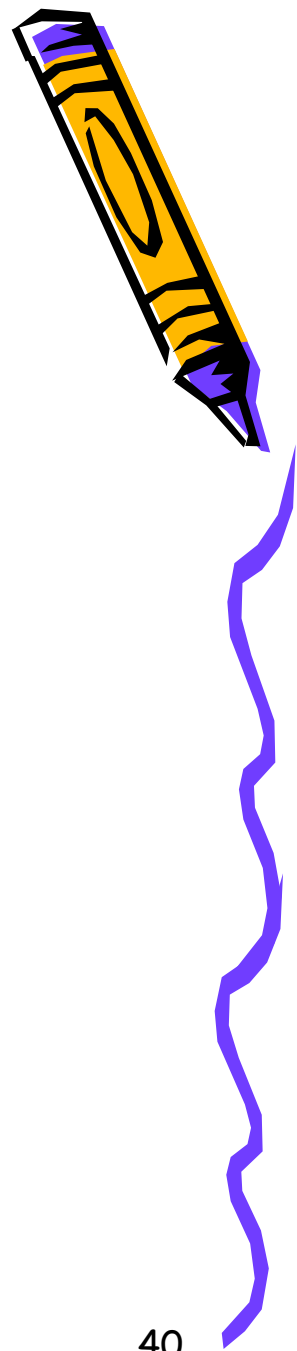
Korak 2: "spuštanje" negacija do atomskih formula

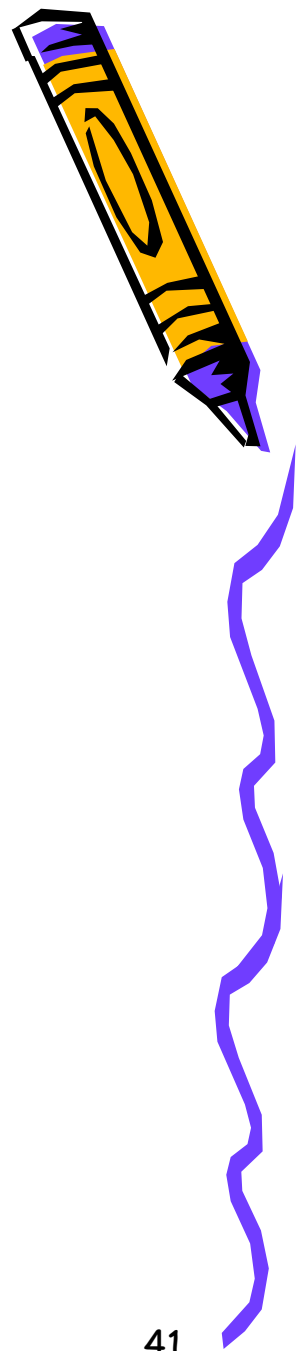


- $\neg(E1 \wedge E2)$ transformiše se u $\neg E1 \vee \neg E2$
- $\neg(E1 \vee E2)$ transformiše se u $\neg E1 \wedge \neg E2$
- $\neg(\neg E1)$ transformiše se u $E1$
- $\neg \forall x [E1(x)]$ transformiše se u $\exists x [\neg E1(x)]$
- $\neg \exists x [E1(x)]$ transformiše se u $\forall x [\neg E1(x)]$



Korak 2: "spuštanje" negacija do atomskih formula

$$\begin{aligned} & \forall x \{ \neg \text{Cigla}(x) \vee \\ & \{ \\ & \quad \exists y [\text{Na}(x,y) \wedge \neg \text{Piramida}(y)] \wedge \\ & \quad \forall y [\neg \text{Na}(x,y) \vee \neg \text{Na}(y,x)] \wedge \\ & \quad \forall y [\text{Cigla}(y) \vee \neg \text{Jednako}(x,y)] \\ & \} \\ & \} \end{aligned}$$


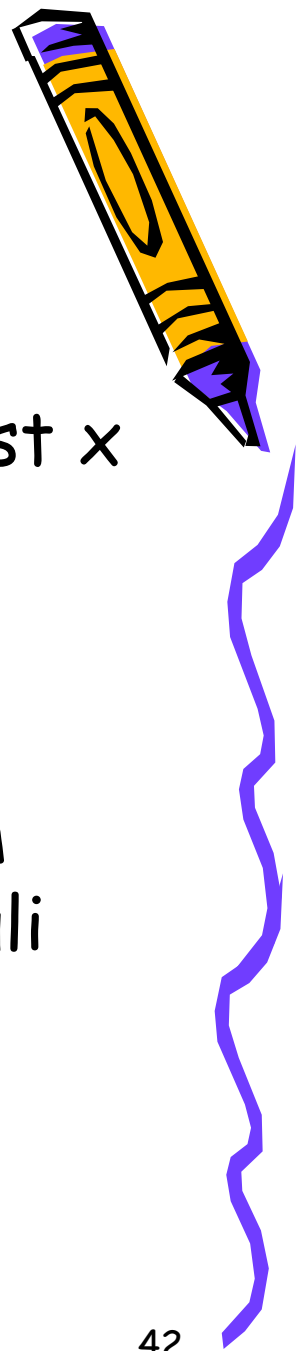


Korak 3: Uklanjanje egzistencijalnih kvantifikatora

- Posmatrajmo izraz

$$\forall x \exists y [Na(x,y) \wedge \neg Piramida(y)]$$



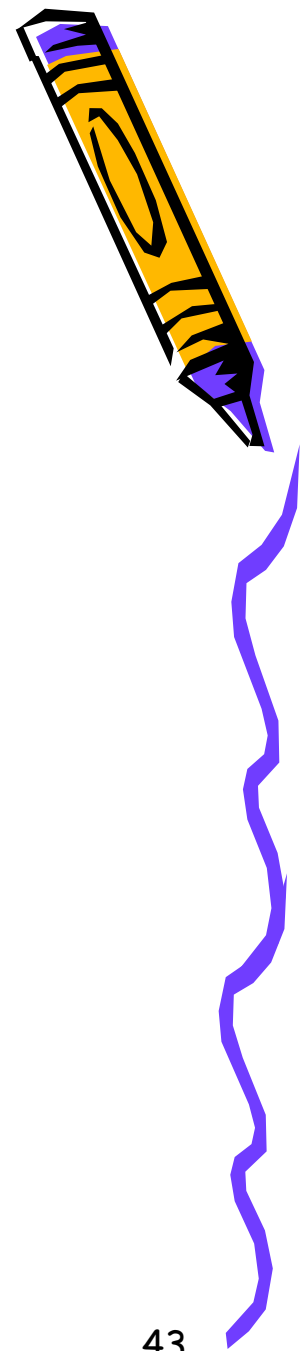


Korak 3: Uklanjanje egzistencijalnih kvantifikatora

- Postoji funkcija Φ koja za svaku vrednost x daje odgovarajuće y
- $\exists x(\Phi(x)) \wedge \neg \text{Piramida}(\Phi(x))$
- Generalno, argumenti funkcije su sve promenljive koje su vezane univerzalnim kvantifikatorom na onom mestu u formuli na kome se pojavljuje član y



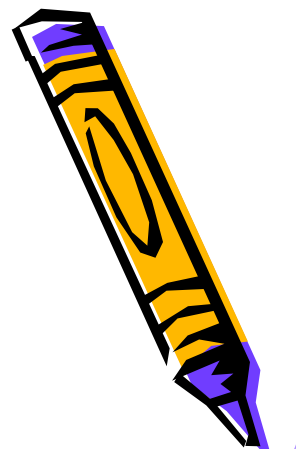
Korak 3: Uklanjanje egzistencijalnih kvantifikatora



$$\begin{aligned} & \forall x \{ \neg \text{Cigla}(x) \vee \\ & \{ \\ & \quad [\text{Na}(x, \text{Drzi}(x)) \wedge \neg \text{Piramida}(\text{Drzi}(x))] \wedge \\ & \quad \forall y [\neg \text{Na}(x, y) \vee \neg \text{Na}(y, x)] \wedge \\ & \quad \forall y [\text{Cigla}(y) \vee \neg \text{Jednako}(x, y)] \\ & \} \\ & \} \end{aligned}$$



Korak 4: Preimenovanje promenljivih (1 kvantifikator - 1 promenljiva)


$$\begin{aligned} & \forall x \{ \neg \text{Cigla}(x) \vee \\ & \{ \\ & \quad [\text{Na}(x, \text{Drzi}(x)) \wedge \neg \text{Piramida}(\text{Drzi}(x))] \wedge \\ & \quad \forall y [\neg \text{Na}(x, y) \vee \neg \text{Na}(y, x)] \wedge \\ & \quad \forall z [\text{Cigla}(z) \vee \neg \text{Jednako}(x, z)] \\ & \} \\ & \} \end{aligned}$$


Korak 5: Premeštanje univerzalnih kvantifikatora levo bez promene redosleda



$$\forall x \forall y \forall z \{ \neg \text{Cigla}(x) \vee$$
$$\{$$
$$[\text{Na}(x, \text{Drzi}(x)) \wedge \neg \text{Piramida}(\text{Drzi}(x))] \wedge$$
$$[\neg \text{Na}(x, y) \vee \neg \text{Na}(y, x)] \wedge$$
$$[\text{Cigla}(z) \vee \neg \text{Jednako}(x, z)]$$
$$\}$$
$$\}$$

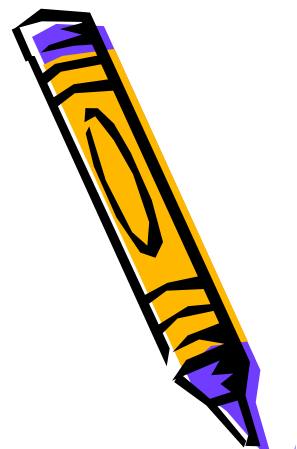


Korak 6: Spuščanje disjunkcija do najnižeg nivoa

- $(E1 \wedge E2) \vee E3$

transformiše se u

$$(E1 \vee E3) \wedge (E2 \vee E3)$$



Spuštanje disjunkcija do najnižeg nivoa


$$\begin{aligned} &\forall x \forall y \forall z \{ (\neg \text{Cigla}(x) \vee \text{Na}(x, \text{Drzi}(x))) \wedge \\ &\quad (\neg \text{Cigla}(x) \vee \neg \text{Piramida}(\text{Drzi}(x))) \wedge \\ &\quad (\neg \text{Cigla}(x) \vee \neg \text{Na}(x, y) \vee \neg \text{Na}(y, x)) \wedge \\ &\quad (\neg \text{Cigla}(x) \vee \text{Cigla}(z) \vee \neg \text{Jednako}(x, z)) \\ &\} \end{aligned}$$


Korak 7: Eliminacija konjunkcija



$\forall x (\neg \text{Cigla}(x) \vee \text{Na}(x, \text{Drzi}(x)))$

$\forall x (\neg \text{Cigla}(x) \vee \neg \text{Piramida}(\text{Drzi}(x)))$

$\forall x \forall y (\neg \text{Cigla}(x) \vee \neg \text{Na}(x, y) \vee \neg \text{Na}(y, x))$

$\forall x \forall z (\neg \text{Cigla}(x) \vee \text{Cigla}(z) \vee \neg \text{Jednako}(x, z))$



Korak 8: Preimenovanje promenljivih



$\forall x (\neg \text{Cigla}(x) \vee \text{Na}(x, \text{Drzi}(x)))$

$\forall u (\neg \text{Cigla}(u) \vee \neg \text{Piramida}(\text{Drzi}(u)))$

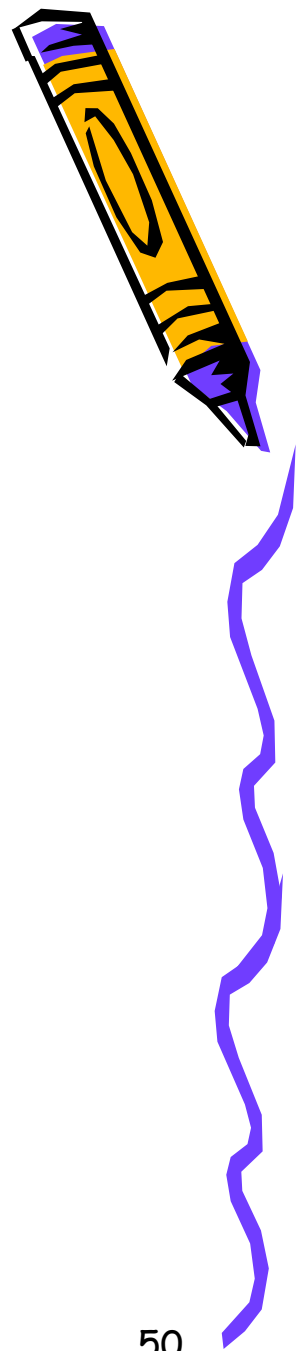
$\forall v \forall y (\neg \text{Cigla}(v) \vee \neg \text{Na}(v, y) \vee \neg \text{Na}(y, v))$

$\forall w \forall z (\neg \text{Cigla}(w) \vee \text{Cigla}(z) \vee \neg \text{Jednako}(w, z))$



Korak 9: Uklanjanje kvantifikatora

- $Cigla(x) \vee Na(x, Drzi(x))$
- $Cigla(u) \vee \neg Piramida(Drzi(u))$
- $Cigla(v) \vee \neg Na(v, y) \vee \neg Na(y, v)$
- $Cigla(w) \vee Cigla(z) \vee \neg Jednako(w, z)$

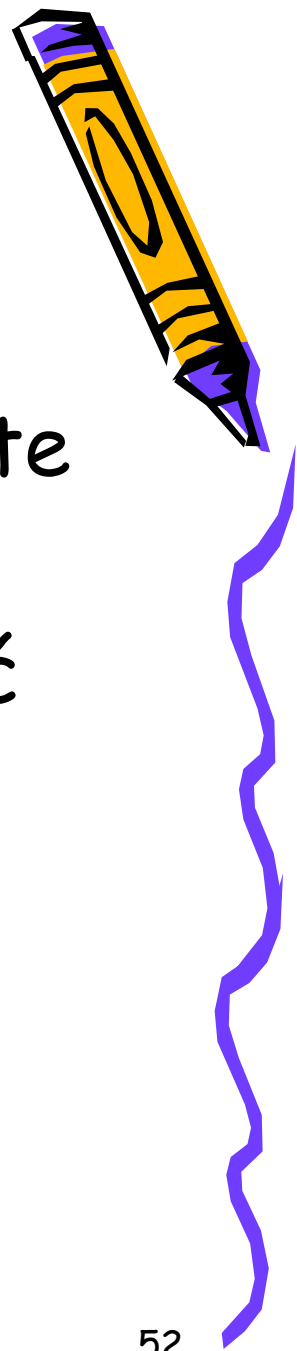


Zaključivanje



Aksiome i teoreme

- Formule koje usvajamo da su istinite nazivamo aksiomama
- Formula koja se dokazuje uz pomoć aksioma naziva se teorema



Zaključivanje

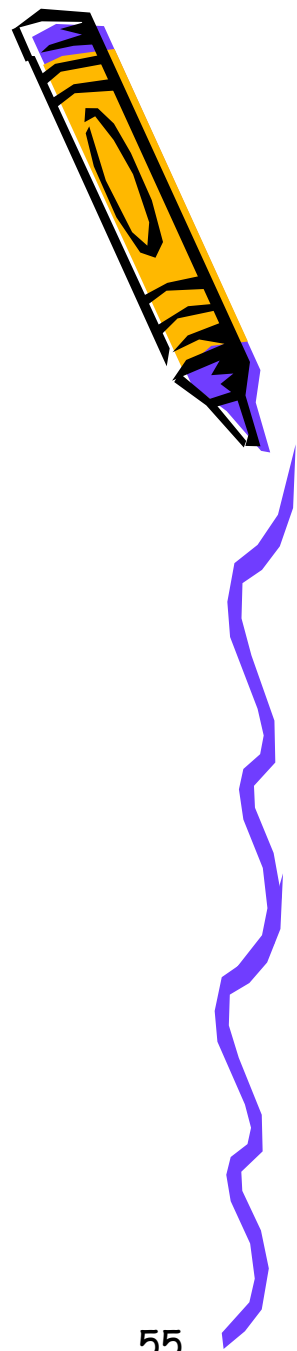


- Generisati nove WFF iz postojećih izraza, tako da ukoliko su stari TRUE i novo dobijeni budu TRUE



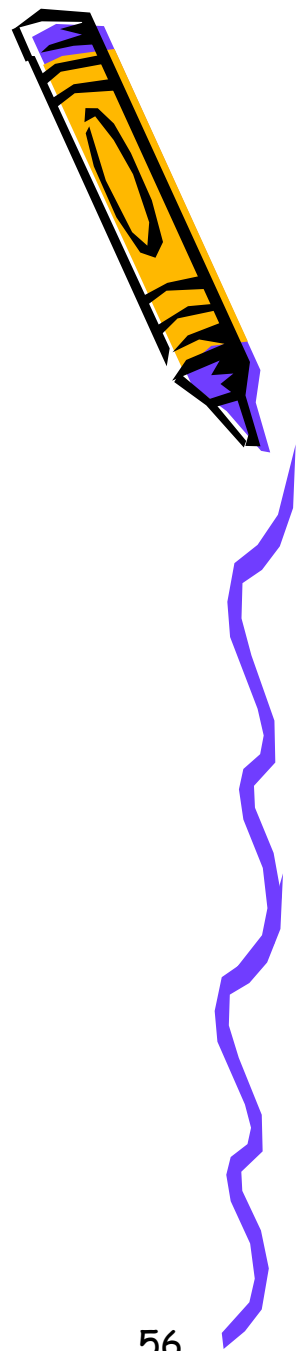
Modus Ponens

- Ako postoji aksioma $E1$ i $E1 \rightarrow E2$,
tada $E2$ logički sledi

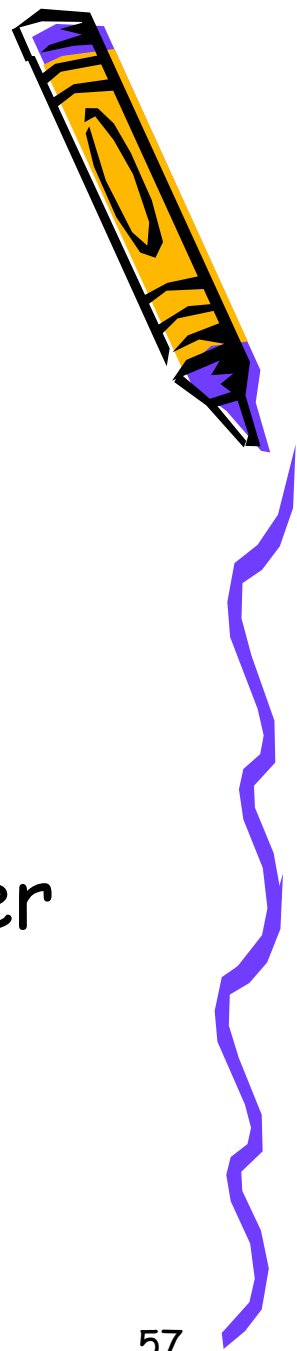


Rezolucija

- Ako postoji aksioma $E1$ v $E2$
- I postoji aksioma $\sim E2$ v $E3$
- Sledi da je: $E1$ v $E3$



Dokazivanje opovrgavanjem



- Pretpostaviti da važi negacija teoreme (dodati je aksiomama)
- Zaključiti da pretpostavljena negacija vodi ka kontradikciji
- Zaključiti da je teorema istinita jer negacija teoreme ne može biti



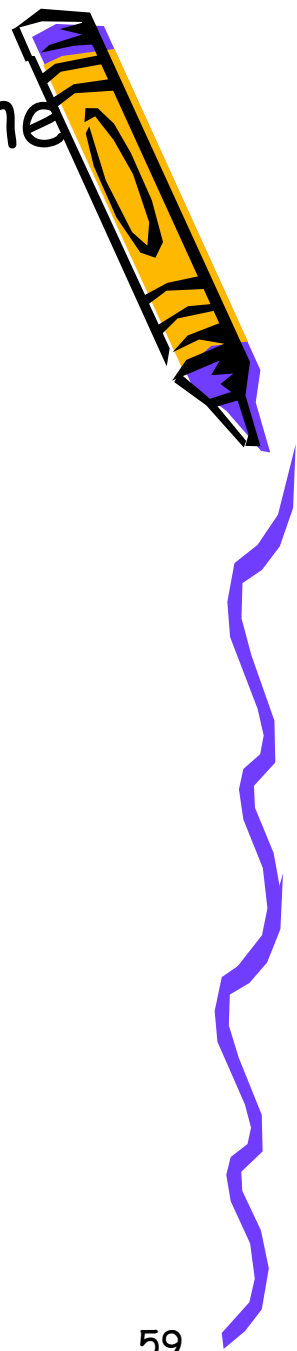
Zadatak 6: Saša i kikiriki

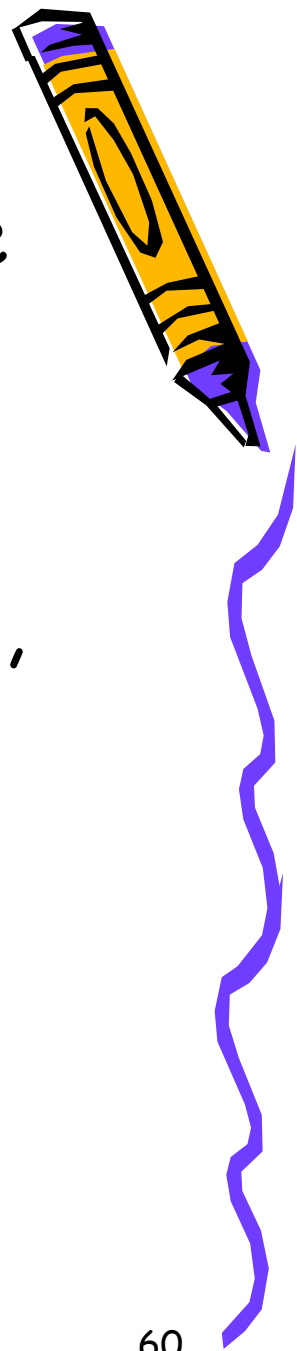
Dati su iskazi:

1. Saša voli sve vrste hrane
2. Jabuke su hrana
3. Piletina je hrana
4. Hrana je sve ono što neko jede i ne otruje se
5. Srdjan jede kikiriki i još je živ
6. Ceca jede sve što Srdjan jede



a) Pretvoriti iskaze u dobro formirane
formule predikatske logike





- Definirati predikate
- Predikatima predstavljamo osobine objekata. $HRANA(x)$ istinit ako je objekat x vrsta hrane.
- Konkretno objekte predstavljamo konstantama, $JABUKA$, $PILETINA$, $KIKIRIKI$, $SRDJAN$, $CECA$
- Predikatima iskazujemo i relacije: $VOLI(x, y)$, $OTRUJE_SE(x, y)$, $JEDE(x, y)$



1. Saša voli sve vrste hrane

$\forall x [HRANA(x) \Rightarrow VOLI(SASA, x)]$



2. Jabuke su hrana

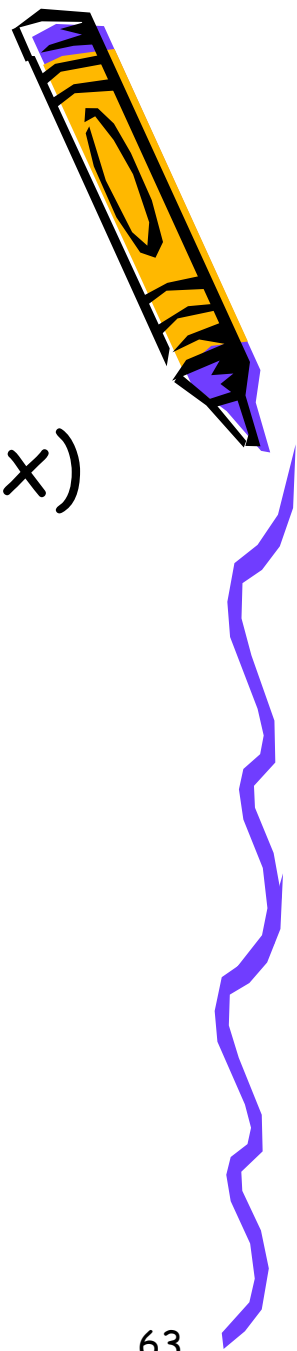
HRANA(JABUKE)

3. Piletina je hrana

HRANA(PILETINA)

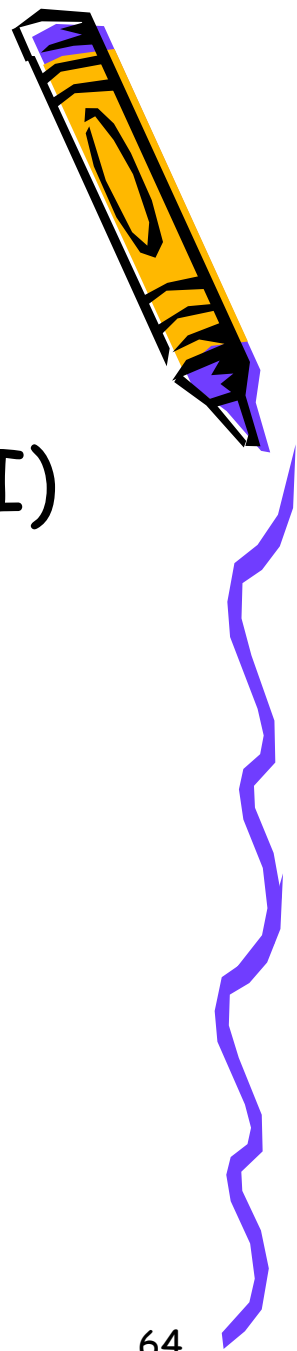


4. Hrana je sve što neko jede i ne
otruje se

$$\forall x \forall y [JEDE(y,x) \wedge \neg OTRUJE_SE(y,x) \Rightarrow HRANA(x)]$$


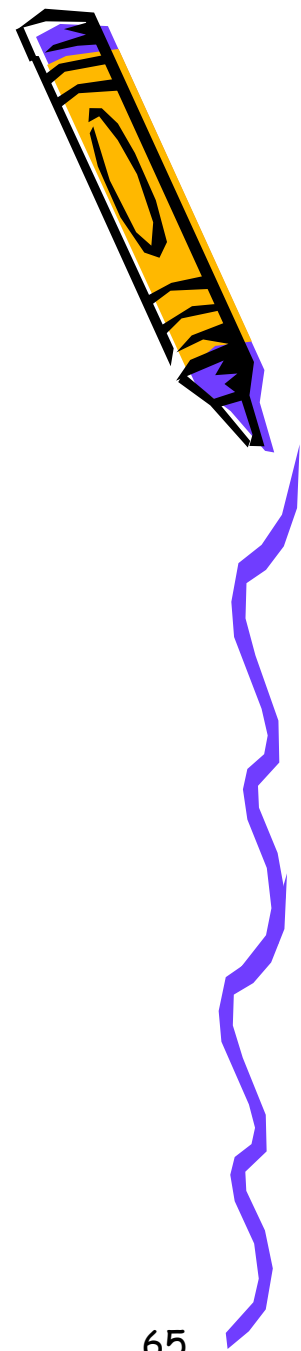
5. Srdjan jede kikiriki i još je živ

JEDE(SRDJAN, KIKIRIKI) ∧
-OTRUJE_SE(SRDJAN, KIKIRIKI)

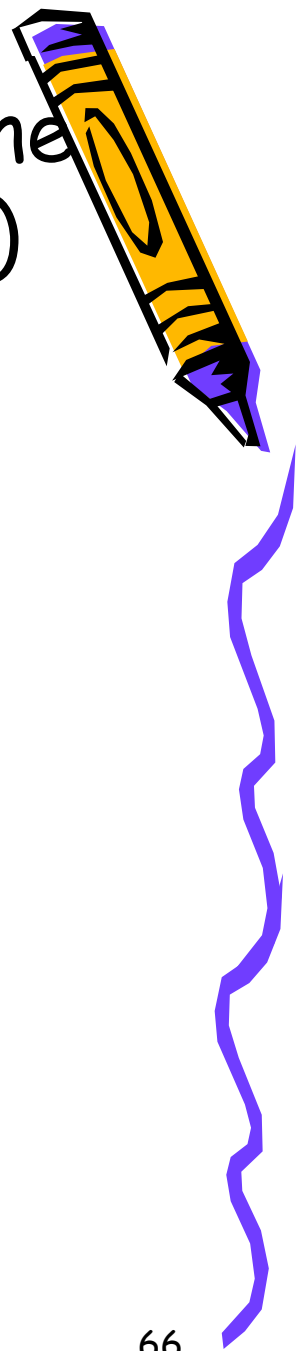


6. Ceca jede sve što Srdjan jede

$\forall x [JEDE(SRDJAN, x) \Rightarrow$
 $JEDE(CECA, x)]$



b) Pretvoriti iskaze u dobro formirane formule predikatske logike (u KNF)



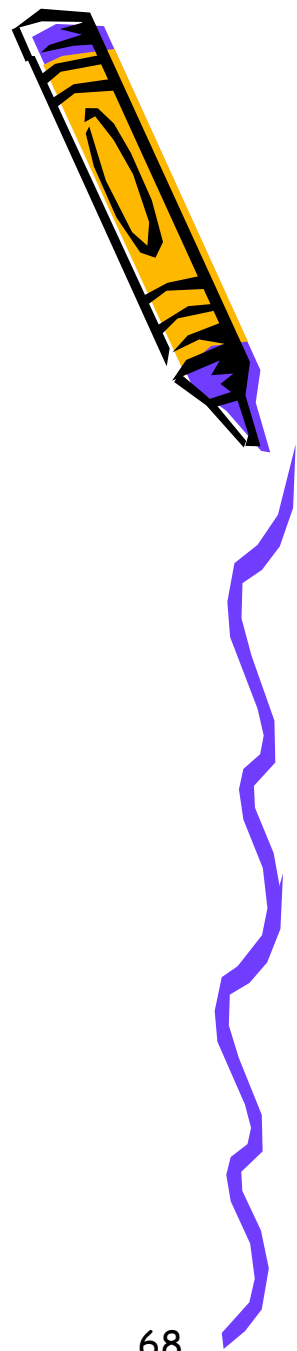


- $\neg \text{HRANA}(x) \vee \text{VOLI}(\text{SASA}, x)$
- $\text{HRANA}(\text{JABUKA})$
- $\text{HRANA}(\text{PILETINA})$
- $\neg \text{JEDE}(y, x1) \vee \text{OTRUJE_SE}(y, x1) \vee \text{HRANA}(x1)$
- $\text{JEDE}(\text{SRDJAN}, \text{KIKIRIKI})$
- $\neg \text{OTRUJE_SE}(\text{SRDJAN}, \text{KIKIRIKI})$
- $\neg \text{JEDE}(\text{SRDJAN}, x2) \vee \text{JEDE}(\text{CECA}, x2)$



c) Rezolucijom pokazati da Saša voli kikiriki.

8. ¬VOLI(SASA, KIKIRIKI)



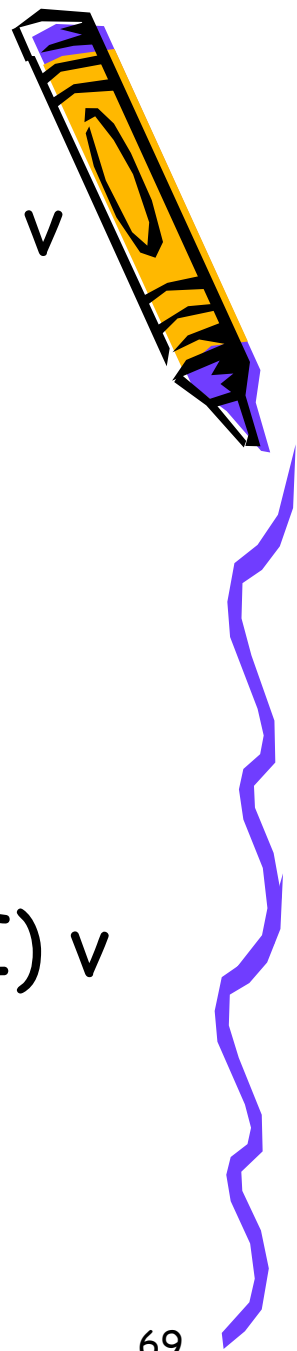
Iz 4. i 5.

4. \neg JEDE($y, x1$) v OTRUJE_SE($y, x1$) v
HRANA($x1$)

5. JEDE(SRDJAN, KIKIRIKI)

dobijamo

9. OTRUJE_SE(SRDJAN, KIKIRIKI) v
HRANA(KIKIRIKI)



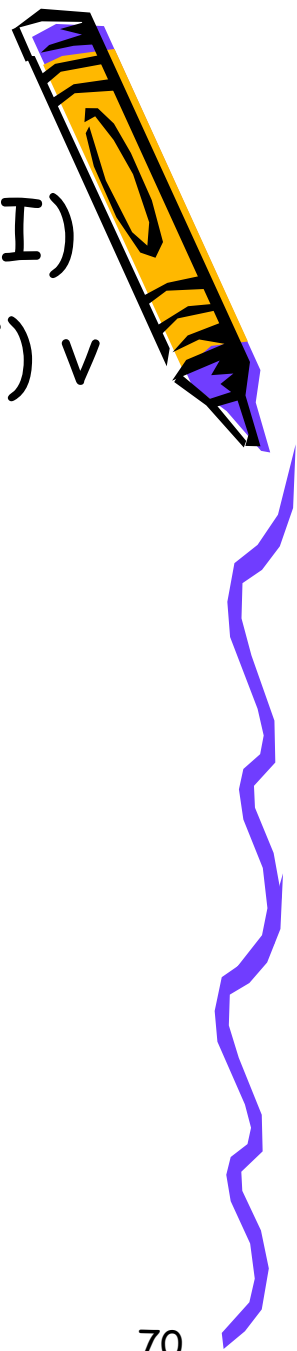
Iz 9. i 6.

6. \neg OTRUJE_SE(SRDJAN, KIKIRIKI)

9. OTRUJE_SE(SRDJAN, KIKIRIKI) \vee
HRANA(KIKIRIKI)

dobijamo

10. HRANA (KIKIRIKI)



Iz 1. i 10.

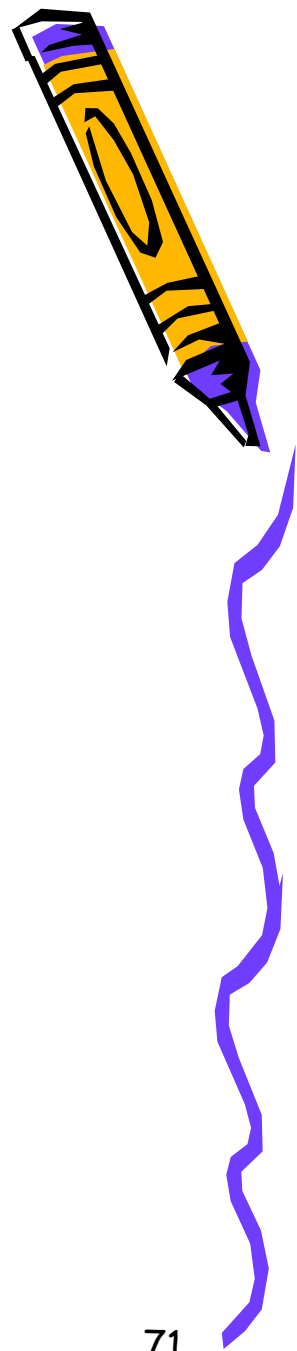
1. \neg HRANA(x) v VOLI(SASA, x)

10. HRANA (KIKIRIKI)

dobijamo

11. VOLI(SASA, KIKIRIKI)

Protivrečnost !



Zadatak 7: Perica i Chop Suey (zaključivanje rezolucijom)



Ingredients

- 1 (1-pound) pork tenderloin
- 1/4 cup all-purpose flour
- 2 tablespoons vegetable oil, divided
- 2 cups thinly sliced bok choy
- 1 cup sliced celery
- 1 cup red bell pepper strips
- 1 cup sliced mushrooms
- 1 (8-ounce) can sliced water chestnuts, drained
- 2 garlic cloves, minced
- 1/4 cup fat-free, less-sodium chicken broth
- 1/4 cup low-sodium soy sauce
- 1 tablespoon cornstarch
- 1 tablespoon dry sherry
- 1/2 teaspoon ground ginger
- 2 cups hot cooked long-grain rice
- 1/4 cup sliced green onions

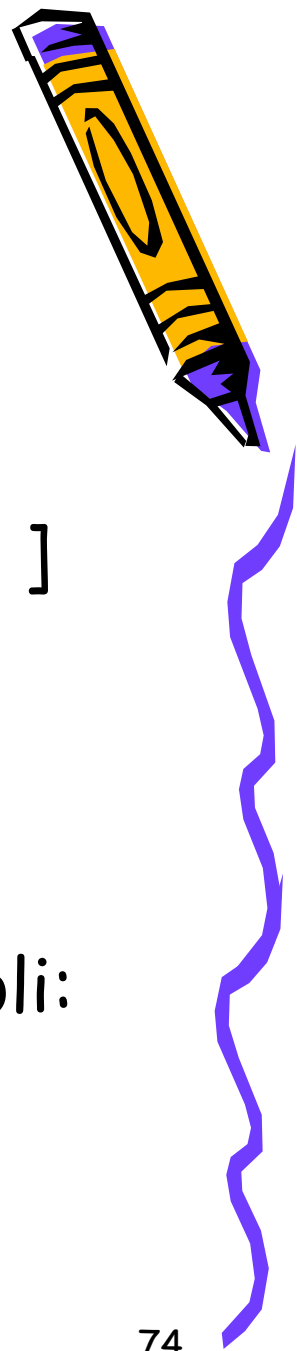


Poznate su činjenice

1. Perica voli sva laka jela
2. Jela francuske kuhinje su teška
3. Jela kineske kuhinje su laka
4. Chop Suey je jelo kineske kuhinje

Koristeći rezoluciju odgovoriti na pitanje: koje jelo voli Perica?





- Iskazi u predikatskoj logici

1. $\forall x [\text{Lako_jelo}(x) \Rightarrow \text{Perica_voli}(x)]$
2. $\forall y [\text{Francusko_jelo}(y) \Rightarrow \neg \text{Lako_jelo}(y)]$
3. $\forall z [\text{Kinesko_jelo}(z) \Rightarrow \text{Lako_jelo}(z)]$
4. $\text{Kinesko_jelo}(\text{CHOP_SUEY})$

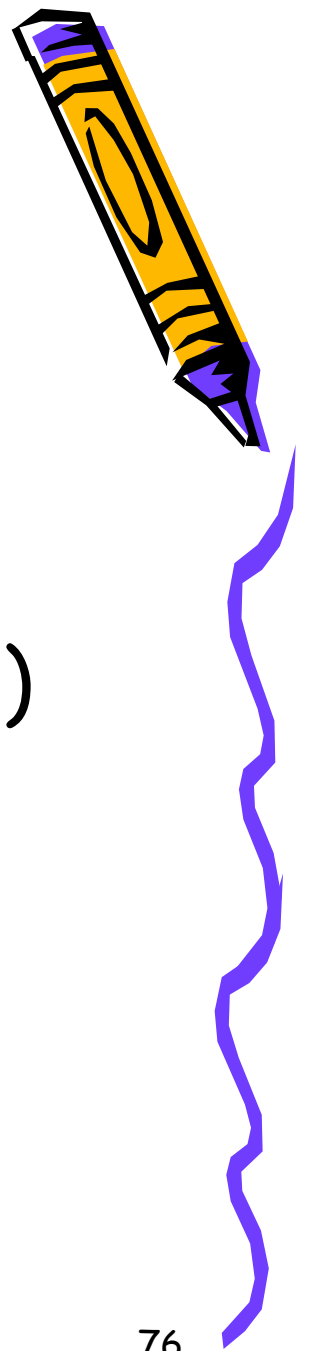
Dokazaćemo da postoji jelo koje Perica voli:

$\exists x [\text{Perica_voli}(x)]$



- Dodajemo negaciju tvrdjenja:
 $\neg \exists x [\text{Perica_voli}(x)]$



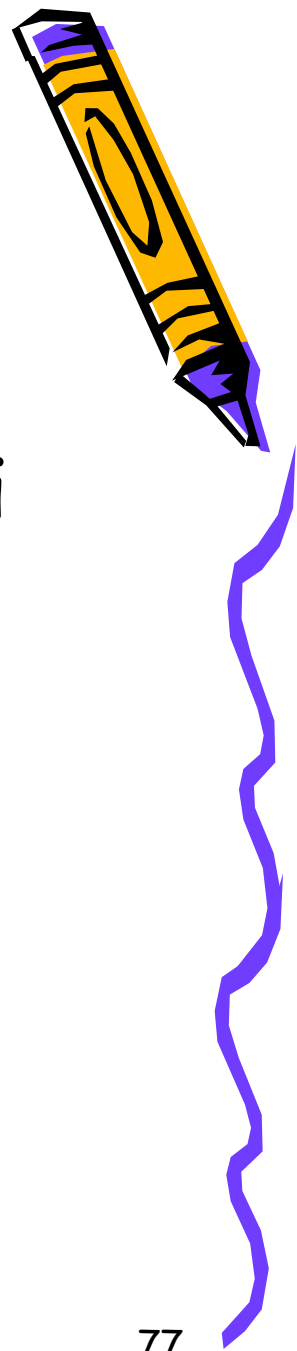


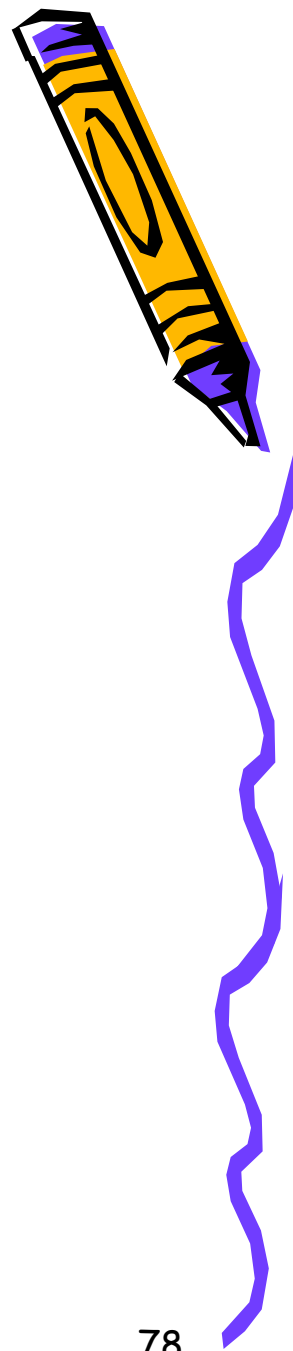
- Prevodimo iskaze u konjunktivnu normalnu formu:

1. $\neg \text{Lako_jelo}(x) \vee \text{Perica_voli}(x)$
2. $\neg \text{Francusko_jelo}(y) \vee \neg \text{Lako_jelo}(y)$
3. $\neg \text{Kinesko_jelo}(z) \vee \text{Lako_jelo}(z)$
4. $\text{Kinesko_jelo}(\text{CHOP_SUEY})$
5. $\neg \text{Perica_voli}(w)$



- Rezolucija uz strategiju *skupa podrške* (eng. *set-of-support*)
- Uvek se prvi biraju oni stavovi koji predstavljaju neagciju tvrdjenja ili stavove izvedene iz negacije tvrdjenja





Razmatramo redom:

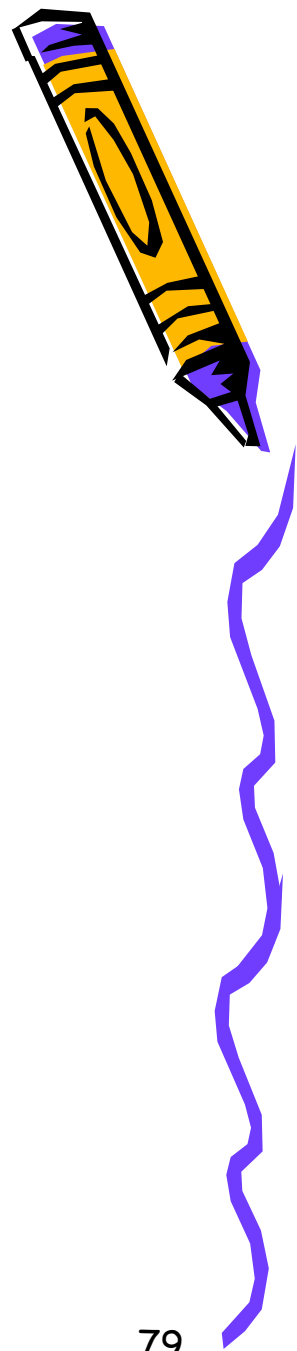
1. $\neg \text{Lako_jelo}(x) \vee \text{Perica_voli}(x)$
2. $\neg \text{Francusko_jelo}(y) \vee \neg \text{Lako_jelo}(y)$
3. $\neg \text{Kinesko_jelo}(z) \vee \text{Lako_jelo}(z)$
4. $\text{Kinesko_jelo}(\text{CHOP_SUEY})$
5. $\neg \text{Perica_voli}(w)$

Jedina moguća kombinacija 1., 5.



1., 5. $\xrightarrow{x = w}$ 6. \neg Lako_jelo(w)

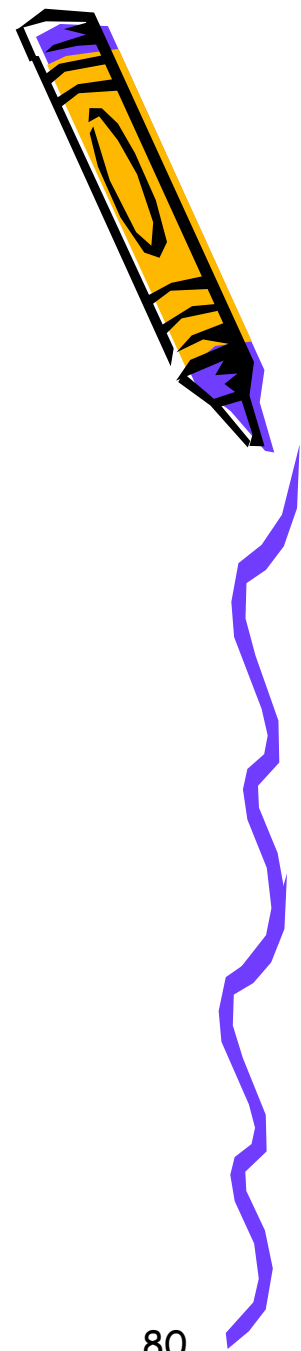
Razmatramo stav 6. i ostale stavove

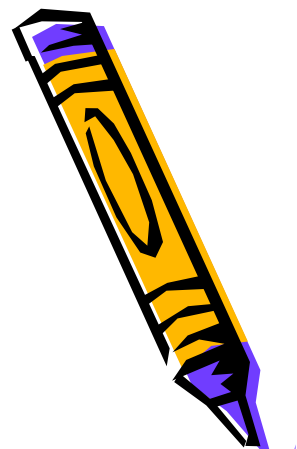


Razmatramo redom:

1. $\neg \text{Lako_jelo}(x) \vee \text{Perica_voli}(x)$
2. $\neg \text{Francusko_jelo}(y) \vee \neg \text{Lako_jelo}(y)$
3. $\neg \text{Kinesko_jelo}(z) \vee \text{Lako_jelo}(z)$
4. $\text{Kinesko_jelo}(\text{CHOP_SUEY})$
5. $\neg \text{Perica_voli}(w)$
6. $\neg \text{Lako_jelo}(w)$

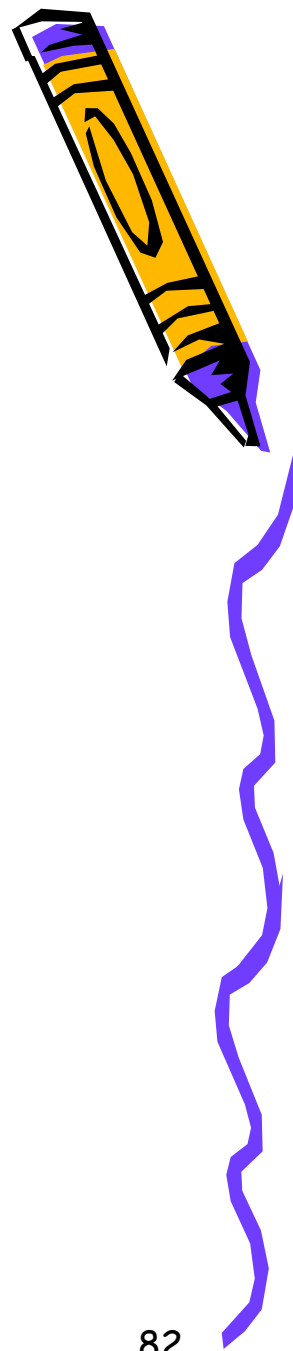
Jedina moguća kombinacija 3., 6.





3., 6. $\xrightarrow{x = w}$ 7. \neg Kinesko_jelo(w)





Razmatramo kombinacije sa stavom 7:

1. $\neg \text{Lako_jelo}(x) \vee \text{Perica_voli}(x)$
2. $\neg \text{Francusko_jelo}(y) \vee \neg \text{Lako_jelo}(y)$
3. $\neg \text{Kinesko_jelo}(z) \vee \text{Lako_jelo}(z)$
4. $\text{Kinesko_jelo}(\text{CHOP_SUEY})$
5. $\neg \text{Perica_voli}(w)$
6. $\neg \text{Lako_jelo}(w)$
7. $\neg \text{Kinesko_jelo}(w)$

Jedina moguća kombinacija je 4., 7.

4., 7. $\xrightarrow{w = \text{CHOP_SUEY}}$ NIL



Zadatak 8: Rezolucija uz izbor stavova po širini (zadatak 51)

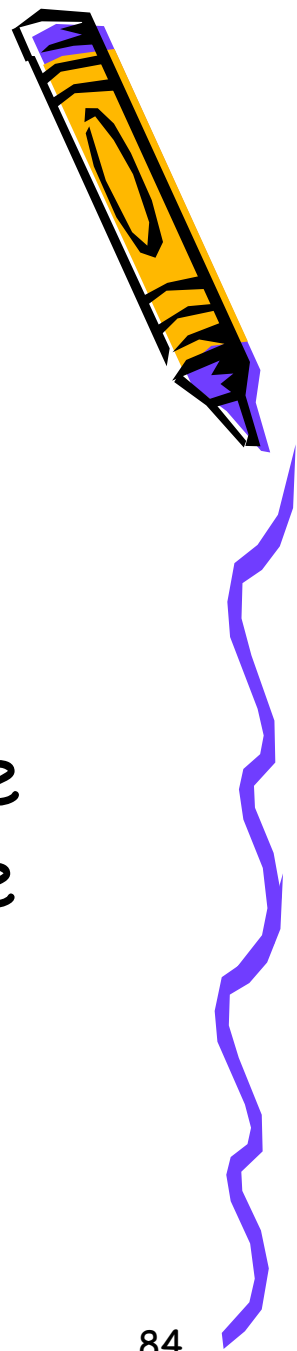


b) Poznate su činjenice:

1. $\neg P \vee R$
2. $\neg Q \vee R$
3. $P \vee Q$

Pokazati da je R teorema, odnosno da R sledi iz prethodnih činjenica, koristeći rezoluciju uz strategiju izbora stavova *po širini*

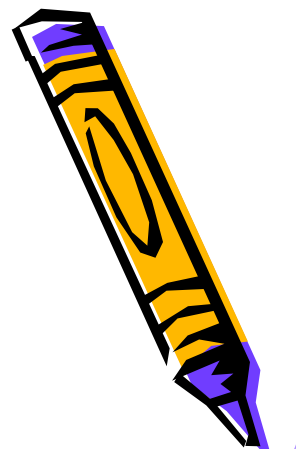




- Strategija izbora po širini (eng. breadth-first)
- Razmatraju se redom sve moguće kombinacije postojećih stavova pre nego što se predje na novodobijene stavove



- Dodajemo negaciju teoreme
4. $\neg R$





$$1. \neg P \vee R$$

$$2. \neg Q \vee R$$

$$3. P \vee Q$$

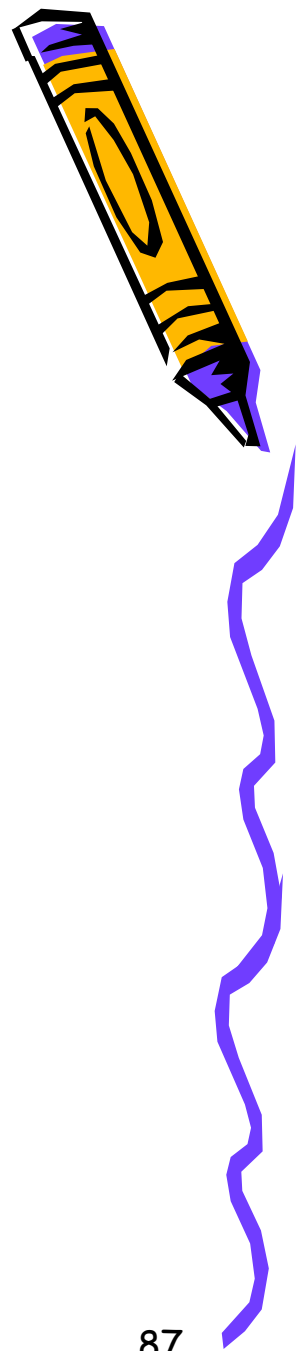
$$4. \neg R$$

Stav 1. može se kombinovati sa stavovima 3. i 4. ali ne i sa stavom 2.:

$$1., 3. \longrightarrow 5. Q \vee R$$

$$1., 4. \longrightarrow 6. \neg P$$





1. $\neg P \vee R$
2. $\neg Q \vee R$
3. $P \vee Q$
4. $\neg R$
5. $Q \vee R$
6. $\neg P$

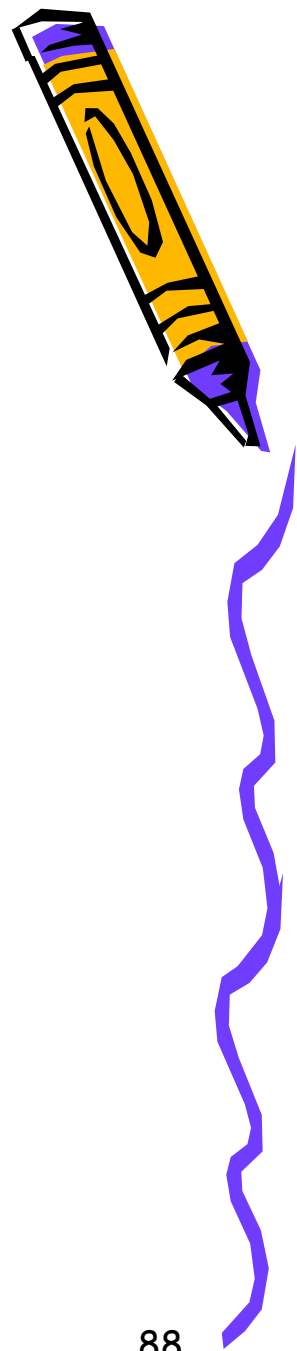
Stav 2. može se kombinovati sa stavovima 3. i 4.:

- 2., 3. \longrightarrow 7. $P \vee R$
2., 4. \longrightarrow 8. $\neg Q$



1. $\neg P \vee R$
2. $\neg Q \vee R$
3. $P \vee Q$
4. $\neg R$
5. $Q \vee R$
6. $\neg P$
7. $P \vee R$
8. $\neg Q$

Stavovi 3. i 4. se ne mogu kombinovati. Dalje je potrebno razmotriti kombinaciju stava 5. sa stavovima 1. do 4. ...



Teoreme i rezolucija



- Negirati teoremu koja se dokazuje i dodati je u listu aksioma
- Listu aksioma dovesti do KNF
- Dok se ne dobije prazna klauzula, ili dok se ne dobije par koji se ne može dalje razlagati, naći razlaganje klauzula, primeniti i dodati rezultat na listu klauzula
- Ako se dobije prazna klauzula, obavestiti da je teorema istinita u suprotnom obavestiti da je neistinita



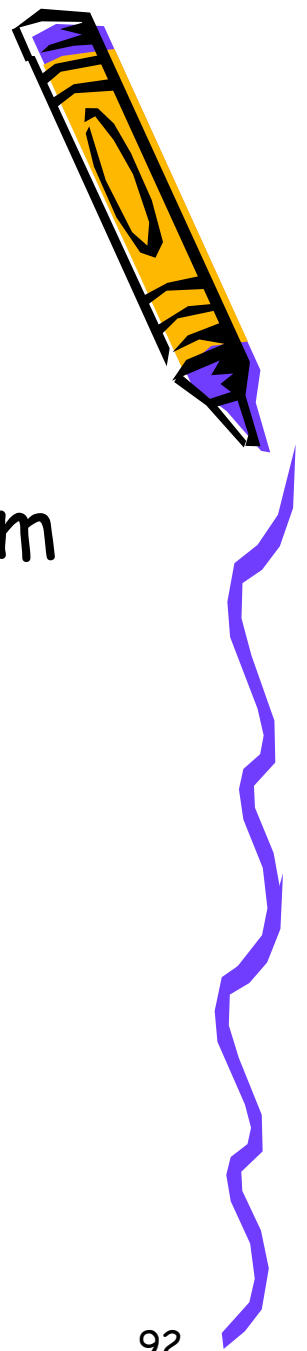
Zadatak 10: Dokazivanje valjanosti formule (52)

Pokazati da je sledeća dobro
formirana formula valjana primenom
rezolucije:

$$(\forall x)\{P(x) \wedge [Q(A) \vee Q(B)]\}$$

\Rightarrow

$$(\exists x) [P(x) \wedge Q(x)]$$





- Dobro formirana formula naziva se valjanom ako je tačna za svaku moguću interpretaciju predikata
- Na stavove dobijene negiranjem polazne formule primenjuje se rezolucija, dok se ne dobije prazan stav





- Negiramo datu formulu:

$$\neg \{ (\forall x) \{ P(x) \wedge [Q(A) \vee Q(B)] \} \}$$

\Rightarrow

$$(\exists x) [P(x) \wedge Q(x)]$$





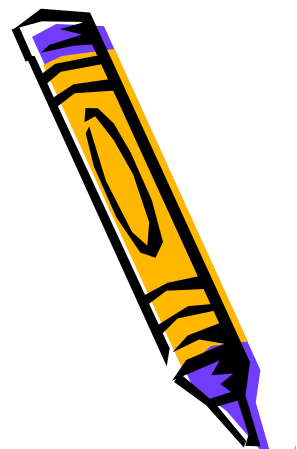
- Prevodimo formulu u konjunktivnu normalnu formu kao pripremu za sprovođenje rezolucije:

1. $P(x)$

2. $Q(A) \vee Q(B)$

3. $\neg P(y) \vee \neg Q(y)$





- Primenjujemo rezoluciju:

$$1., 3. \xrightarrow{x=y} 4. \neg Q(y)$$

$$2., 4. \xrightarrow{y=A} 5. Q(B)$$

$$4., 5. \xrightarrow{y=B} \text{NIL}$$



Dodatno uraditi

- Zadatak 42
- Zadatak 47
- Zadatak 49
- Zadatak 51
- Zadatak 52 !



Hvala na pažnji!

Pismeni zadatak jednog beogradskog osnovca o ptici sovi.

Sova

Sova je ptica. Ona danju spava, a noću je potpuno slepa, kao slepi miš. Pošto ja ne znam puno o sovama, pisaću o životinji koju znam.

To je krava. Krava je sisar. Ona ima šest strana: gornju, donju, levu i desnu. Na zadnjoj strani je rep. na kraju repa je jedna četka. Ona služi da se krava brani od muva, da ne bi upadale u mleko. Mleko visi ispod krave. Na prednjoj strani je glava koja služi da na njoj rastu rogovi. Rogovi služe da bi krava bola. Glava služi i da bi na nju stala usta. Krava jede malo, jer ono što pojede, jede dva puta. Usta služe i da bi krava mukala. Ako ne rnuče, onda su joj usta puna.

Muška krava je vo. Vo nije sisar.

Meni još uvek nije jasno kako se dobija mleko.

